

# Competencia de Planificación del Profesor y Análisis Didáctico

Pedro Gómez

argeifontes@gmail.com  
Universidad de Granada

Encuentro Nacional e Internacional de Educación y Pedagogía

Universidad de la Amazonía, 15 de octubre de 2009

¿Qué hago en clase en mañana?  
¿Cómo se planifica?

## La planificación

- ▶ Una de las competencias del profesor
- ▶ Un problema diario
- ▶ Relación con las competencias y los estándares como expectativas de aprendizaje

## El problema de la planificación

- ▶ ¿Cómo planificar sistemática, eficaz y eficientemente la clase?
- ▶ Sistemáticamente
  - ▶ Con conceptos, herramientas y técnicas que proporcionen algún grado de certidumbre sobre las posibilidades de éxito
- ▶ Eficazmente
  - ▶ Dados unos propósitos (e.g., expectativas de aprendizaje), proporcionar oportunidades de aprendizaje que contribuyan a que los escolares superen sus dificultades y avancen en el desarrollo de su conocimiento matemático.
- ▶ Eficientemente
  - ▶ Lograr los propósitos con la menor cantidad de recursos (e.g., tiempo)

## Esquemas frecuentes de planificación local

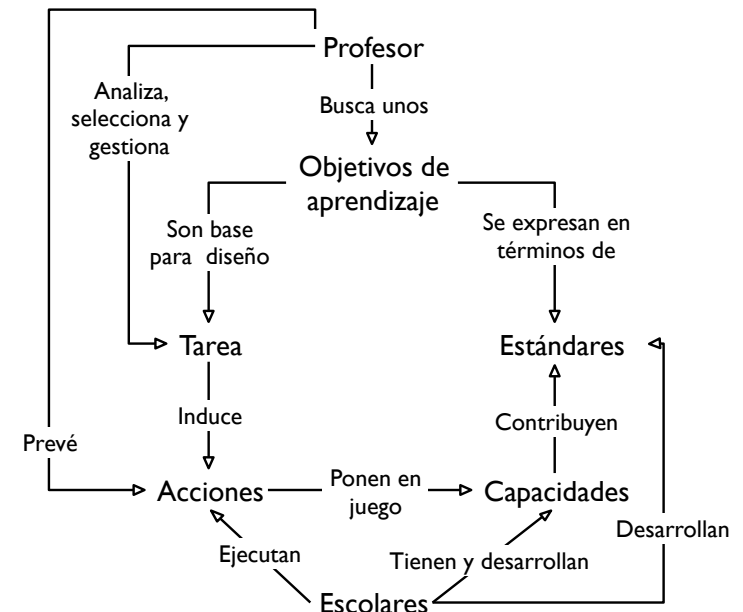
- ▶ A la hora de planificar una unidad didáctica o una hora de clase, con frecuencia:
  - ▶ Se parte de la experiencia: “haré lo mismo que el curso pasado”
  - ▶ Se sigue lo que sugiere el libro de texto
  - ▶ Se siguen unas guías establecidas en años anteriores
- ▶ ¿Es posible abordar el problema de la planificación local de manera sistemática y fundamentada?

## Planificación local

- ▶ Planificación local versus planificación de área, ciclo, curso
- ▶ Una hora de clase o una unidad didáctica
- ▶ Especificidad del contenido: un tema matemático concreto
- ▶ Complejidad del contenido matemático
  - ▶ Multiplicidad de significados de un concepto matemático
  - ▶ la negociación y construcción de esta multiplicidad de significados debe ser uno de los propósitos centrales de la interacción en el aula

## Estándares y Objetivos específicos

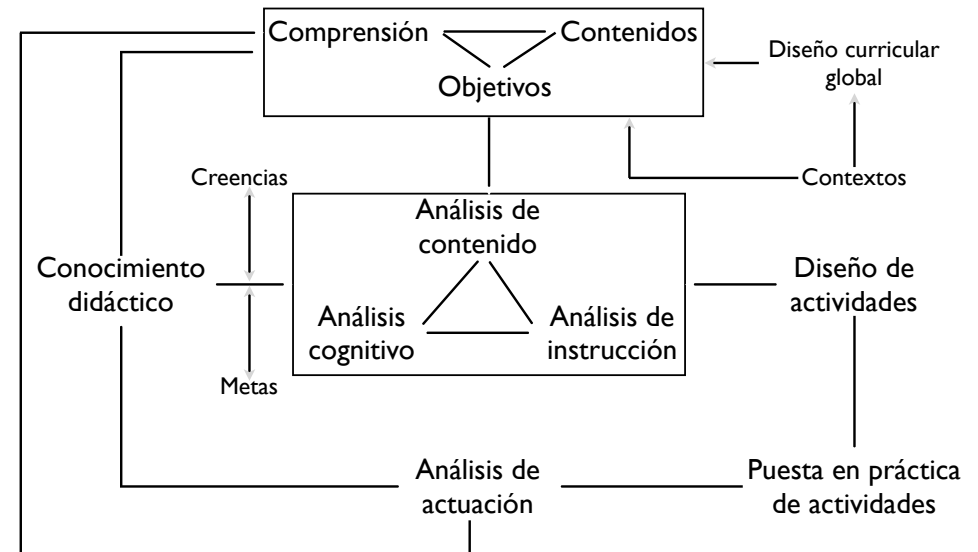
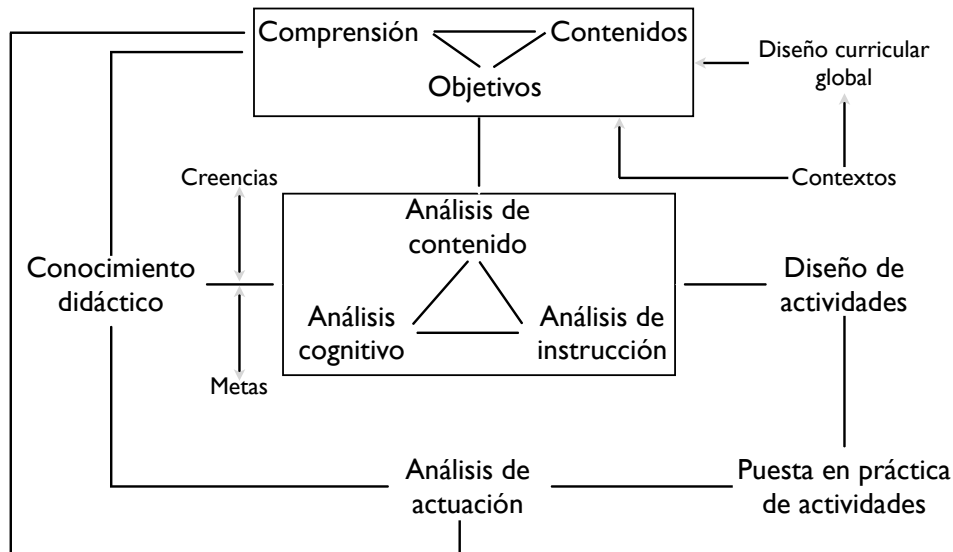
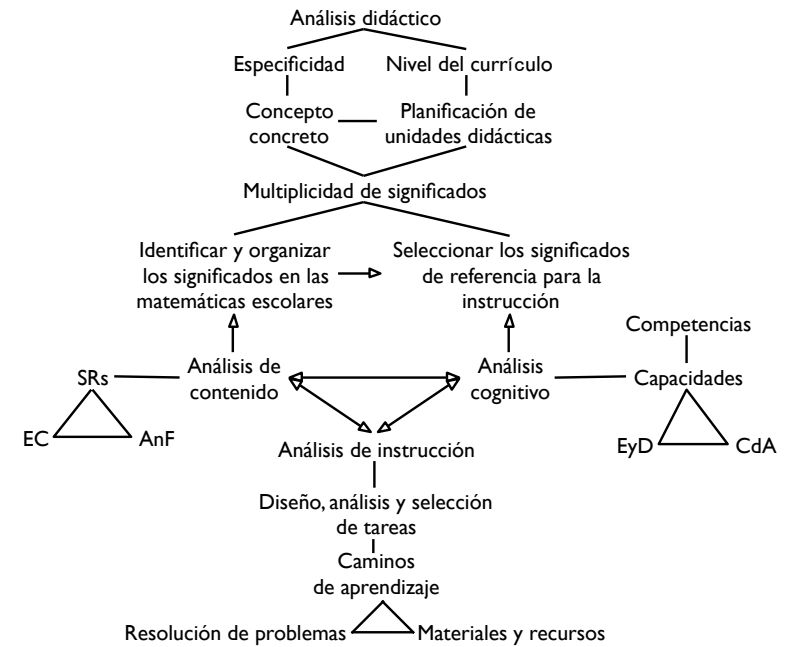
- ▶ Quinto grado Colombia
  - ▶ Calcular el área y volumen de figuras geométricas utilizando dos o más procedimientos equivalentes
- ▶ Quinto grado España
  - ▶ Calcular el área de figuras dadas en situaciones reales para las que no se conoce directamente la información que se requiere en la fórmula
- ▶ Undécimo grado Colombia
  - ▶ Analizar las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales

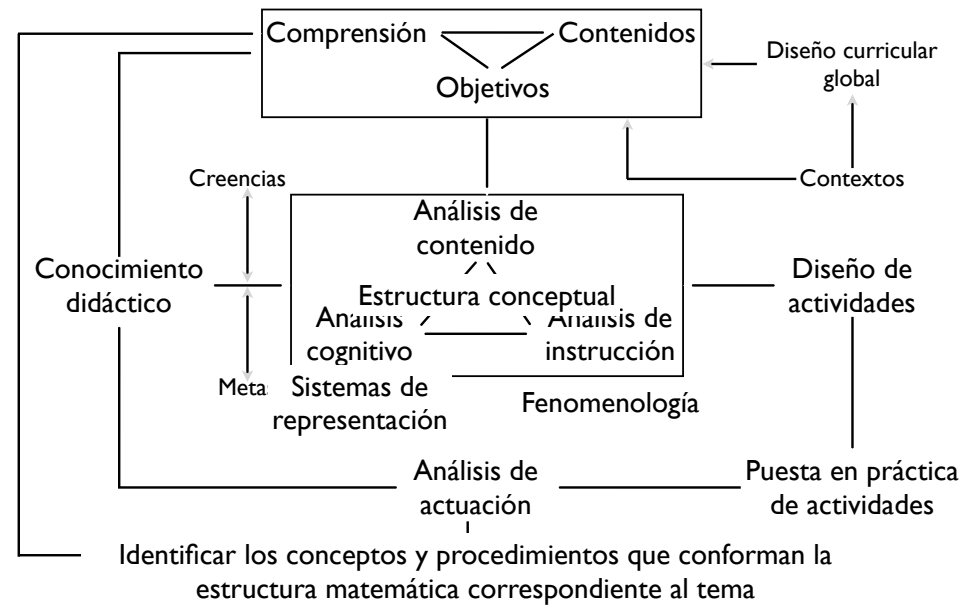
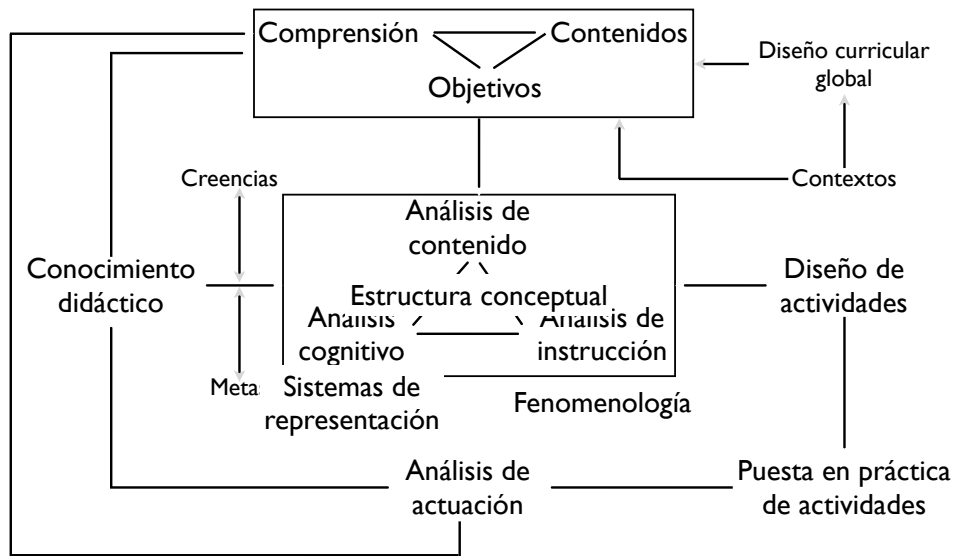


## Análisis didáctico

- Conceptualización de la actuación del profesor
- Centrado en la actividad de planificación
- Especificidad a un contenido concreto (planificación local)
- Multiplicidad de los significados de un concepto de las matemáticas escolares

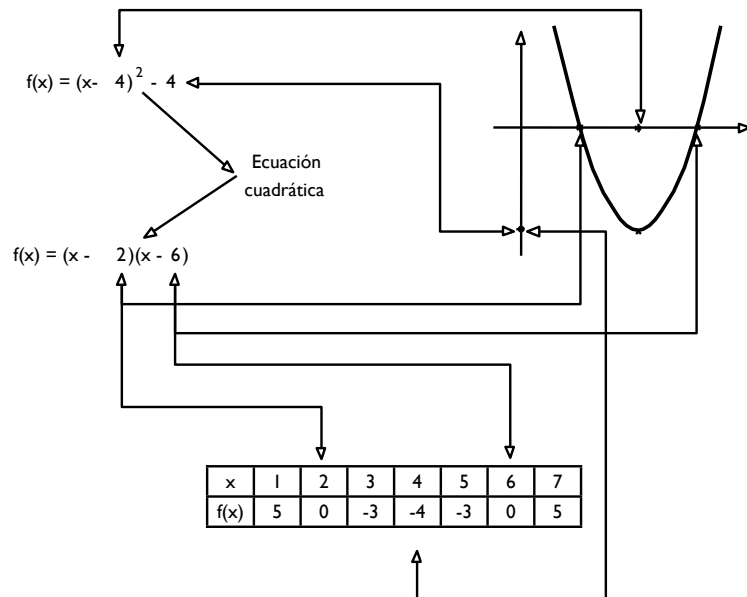
## Ideas centrales



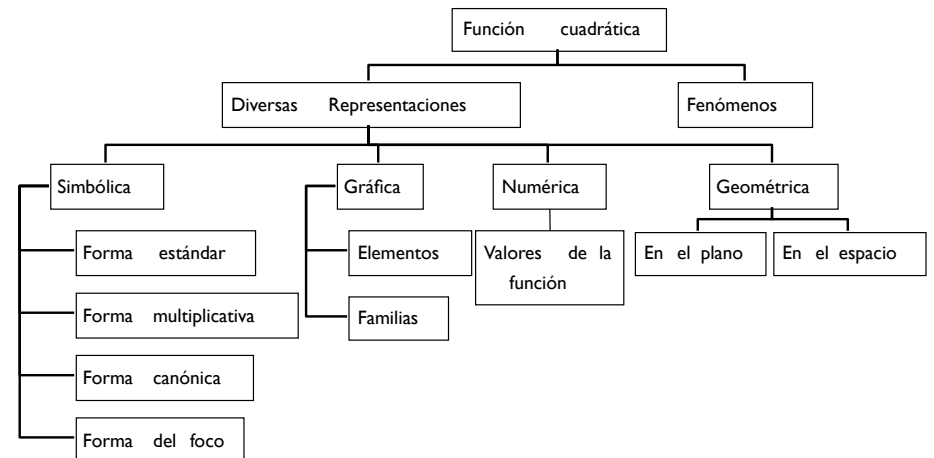


Funciones  
continuas

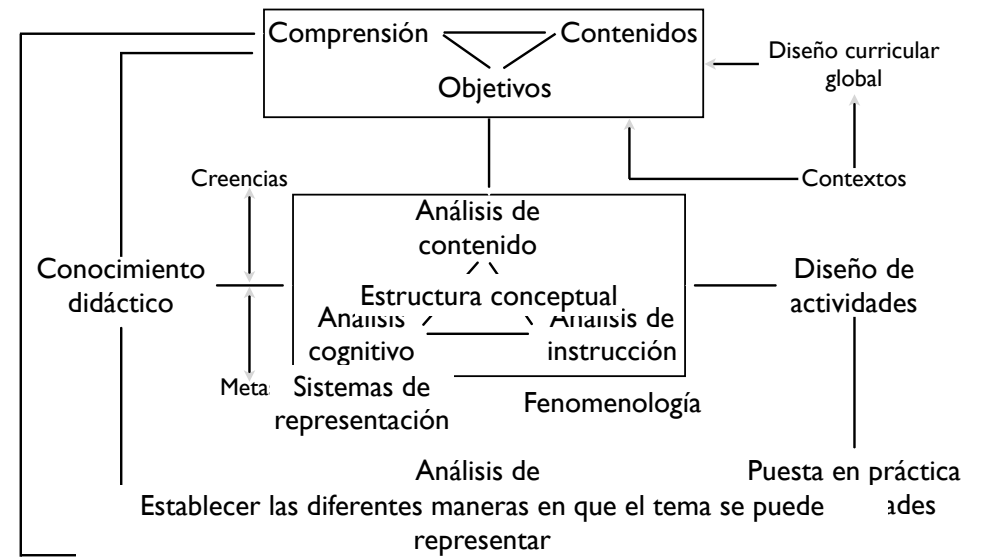
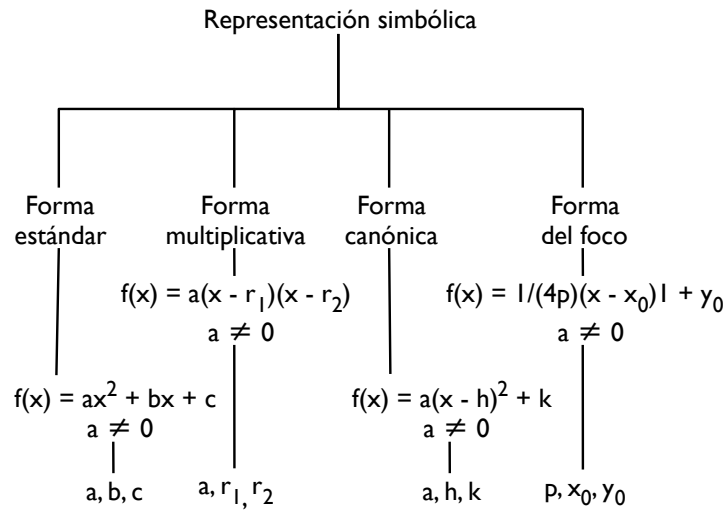
## Función cuadrática



## Estructura conceptual de la función cuadrática



## Forma simbólica de la función cuadrática

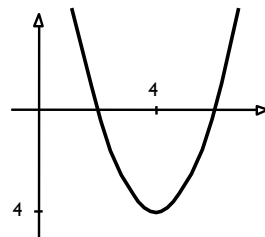


Determinar las relaciones entre los diferentes elementos de la estructura conceptual y entre sus representaciones

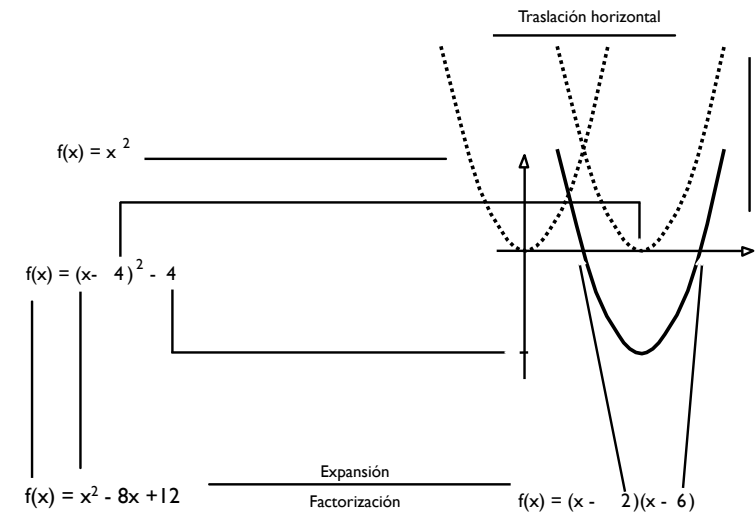
Diferentes maneras en las que se puede representar el concepto y sus relaciones con otros conceptos

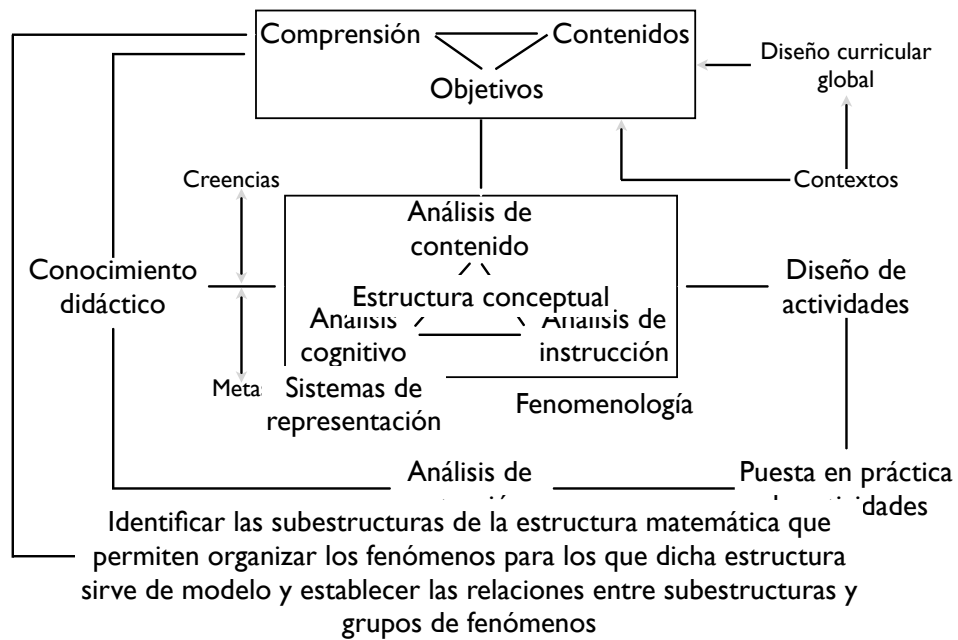
$$f(x) = (x - 2)(x - 6)$$

$$f(x) = (x - 4)^2 - 4$$



x	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	5	0	-3	-4	-3	0	5

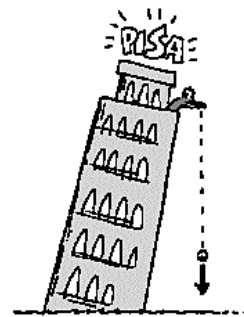




Fenomenología función cuadrática

Reflectores parabólicos

Fenomenología función cuadrática



Movimiento en un campo de fuerza uniforme

Áreas

Fenomenología función cuadrática

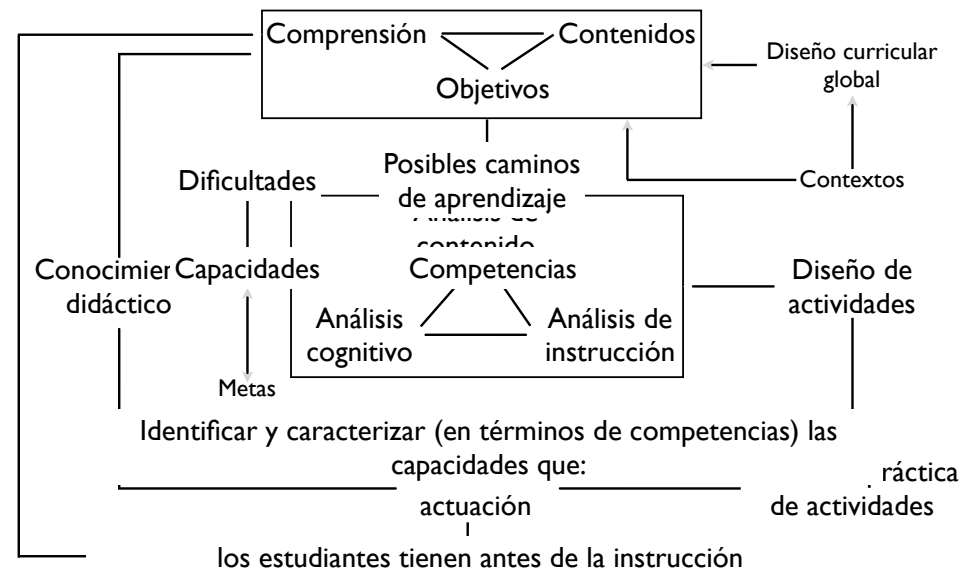
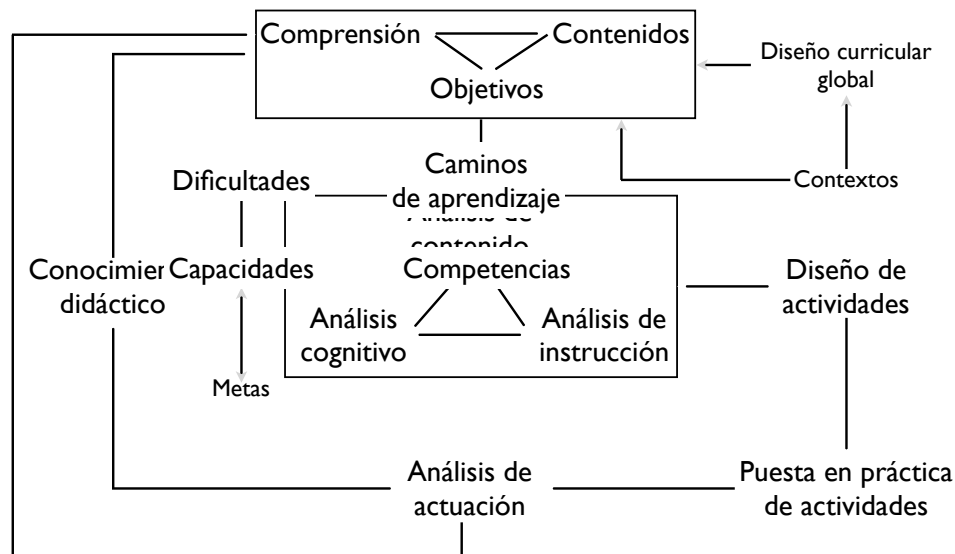
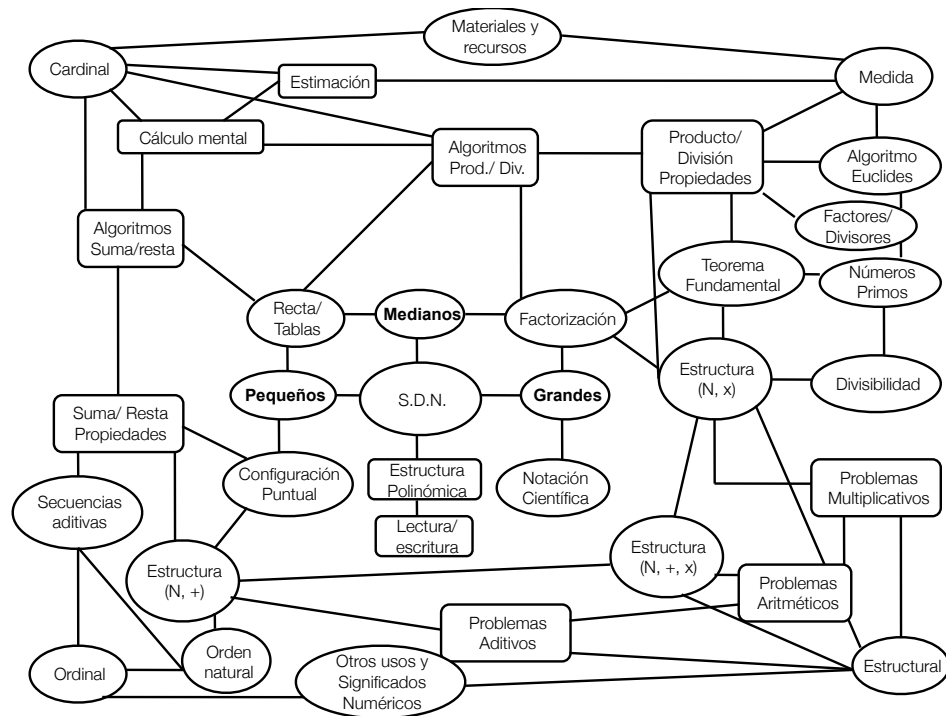
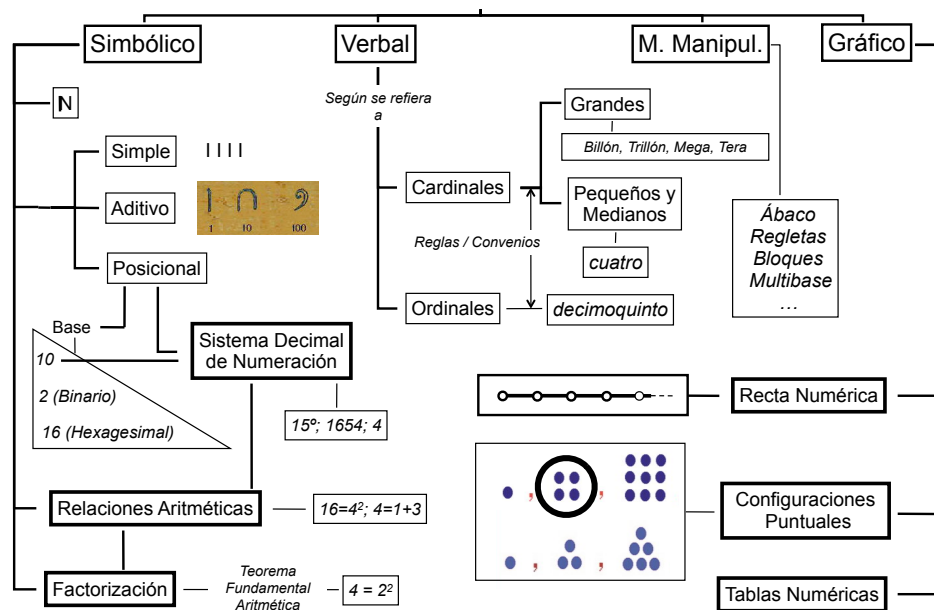
Movimiento en un campo de fuerza uniforme

Reflectores parabólicos

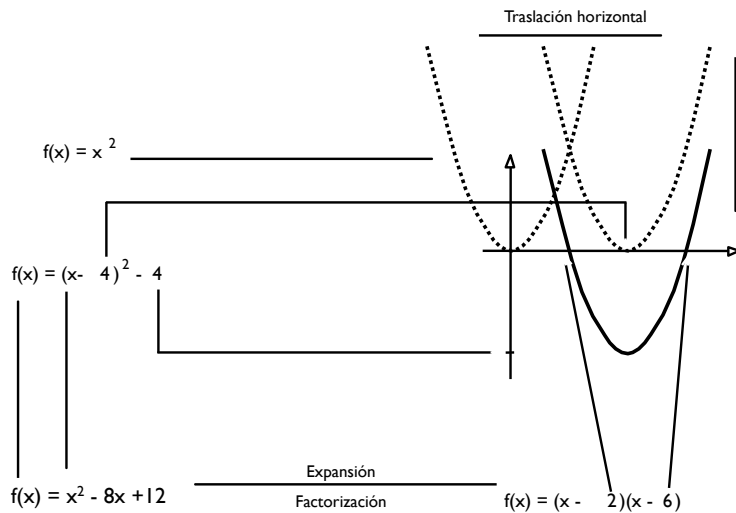
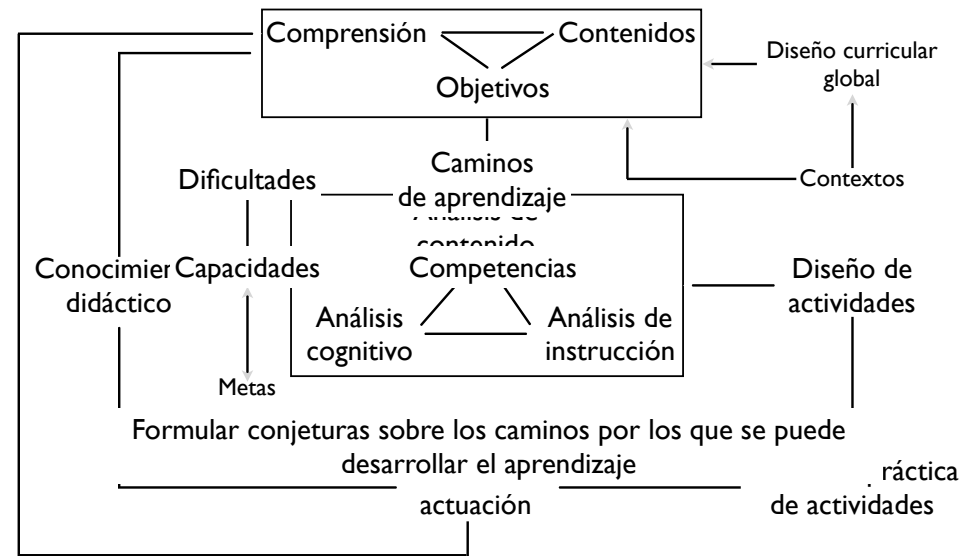
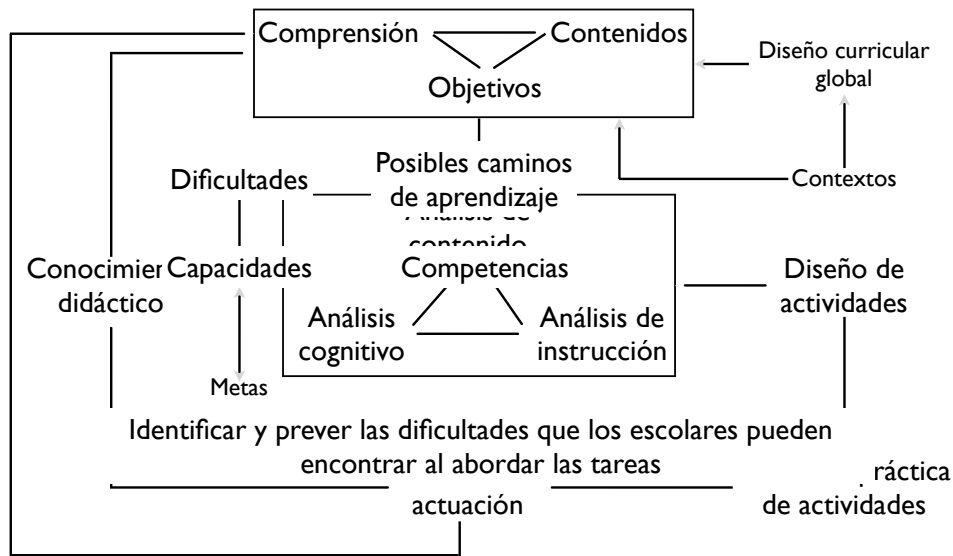
Reflectores parabólicos

# Sistemas de Representación de los Naturales

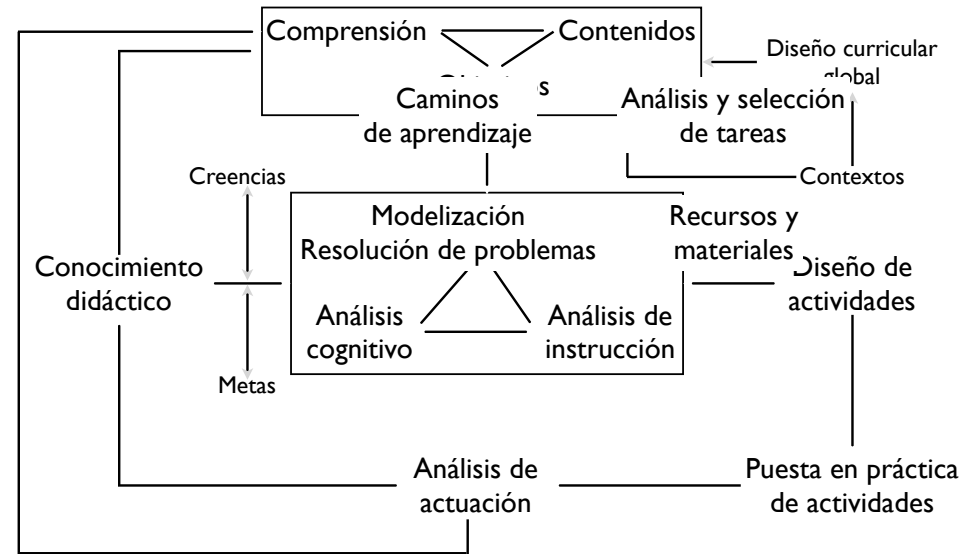
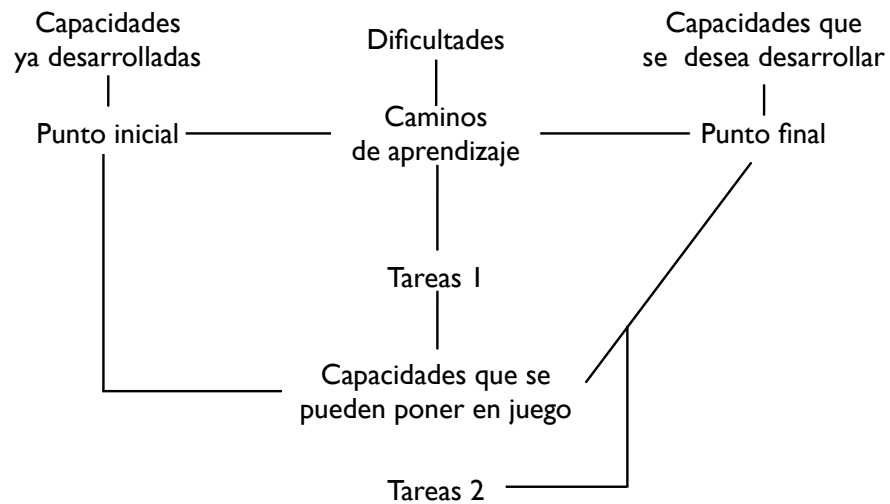
Tomado de Rico, Lupiáñez, Marín y Gómez (2007)



se espera que desarrollen con motivo de la instrucción







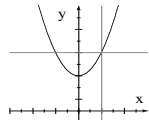
### Primera Tarea

- ▶ Trabajando de manera individual, y utilizando una tabla de valores, produzca la gráfica de la función  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$
- ▶ No pone en juego ninguna de las capacidades anteriores

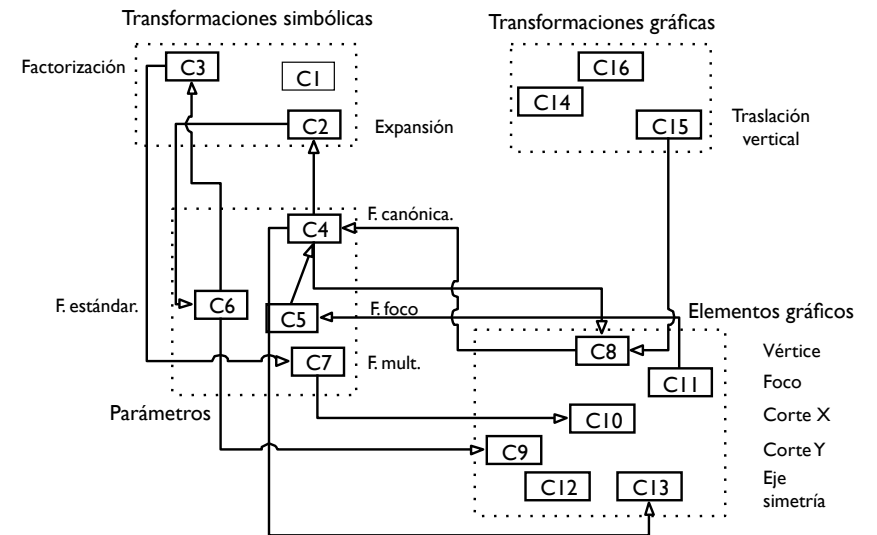
### Segunda Tarea

- ▶ La clase se ha organizado en grupos de cuatro estudiantes. A su grupo se le ha asignado una de las filas de la tabla. La información gráfica que aparece en la primera columna es orientativa y no es posible utilizar las coordenadas de los puntos para resolver el problema. Ustedes deben rellenar las casillas que faltan de esa fila. Cuando todos los grupos hayan terminado, cada grupo presentará y justificará los resultados de su trabajo. Se espera que usted comente y critique el trabajo de los otros grupos.

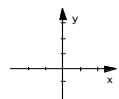
## Caminos de Aprendizaje



$$(0, \frac{9}{4}) \quad y = \frac{7}{4}$$

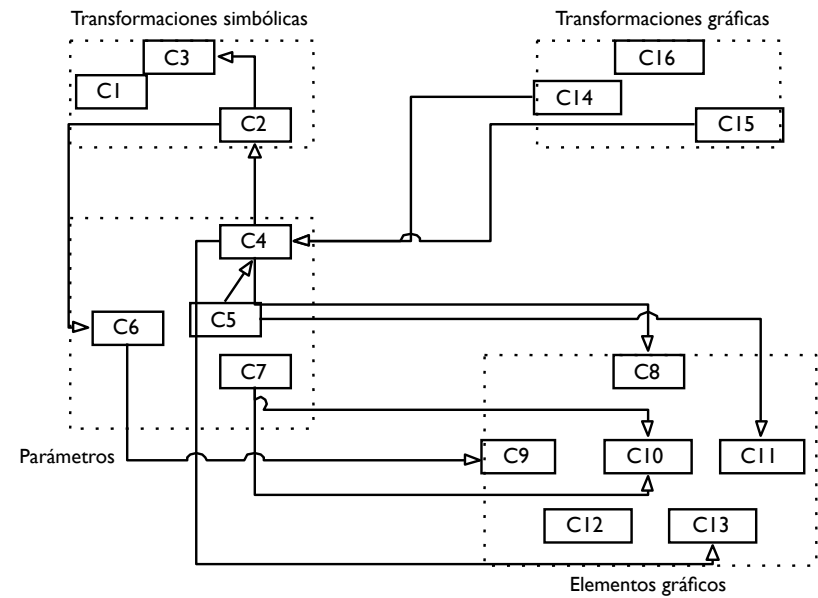


## Caminos de Aprendizaje

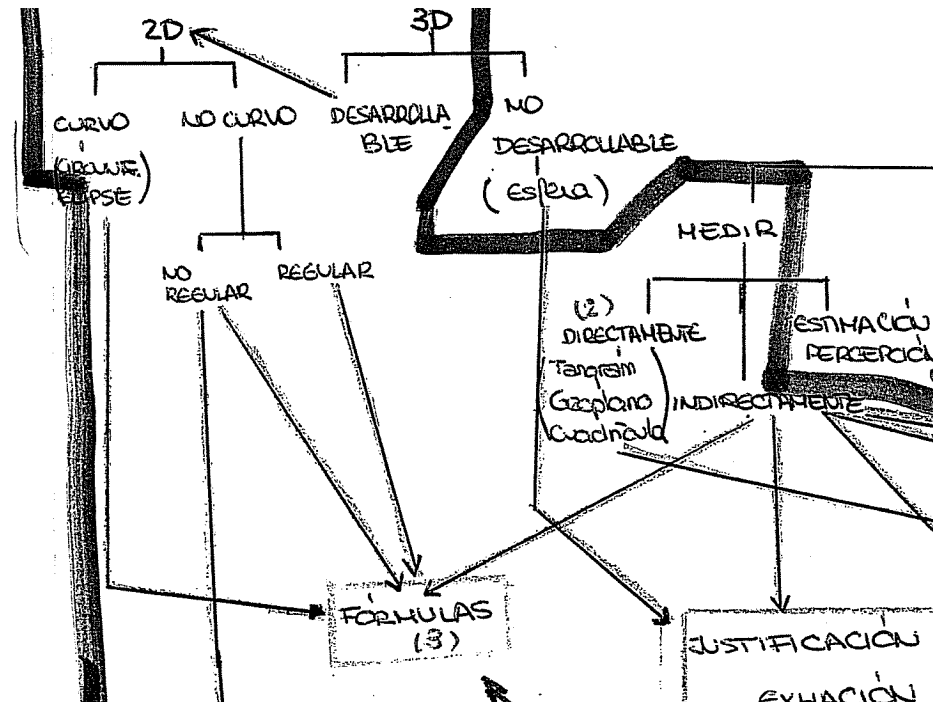
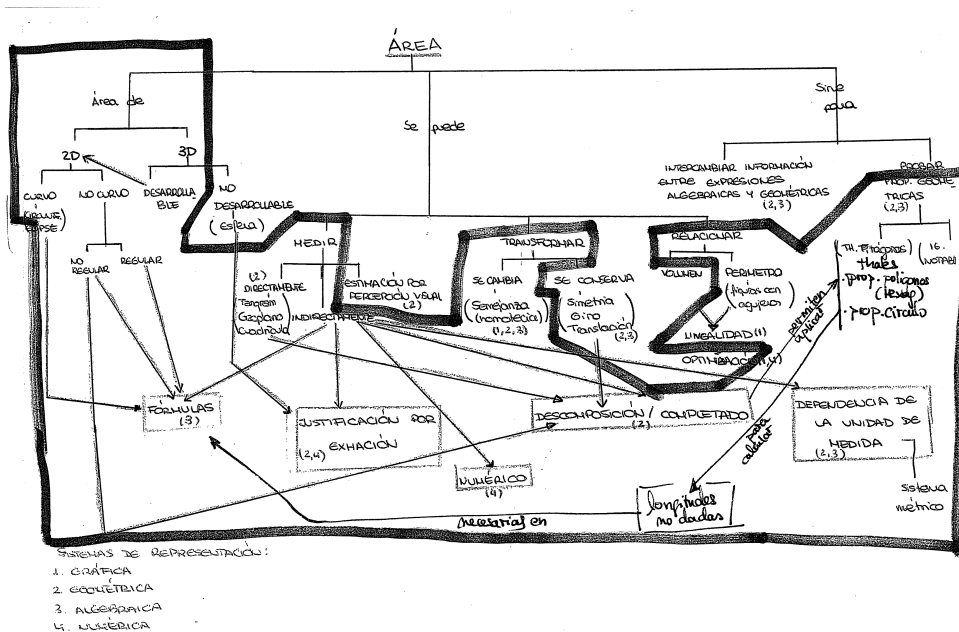
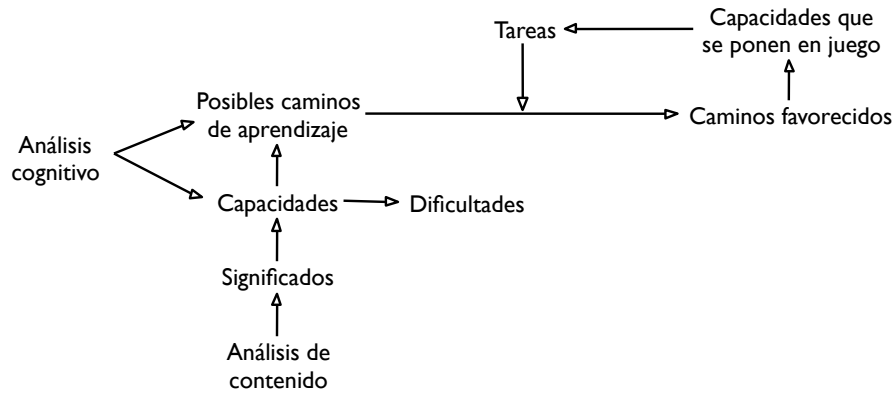


$$y = x^2 - 1$$

$$y = -\frac{5}{4}$$



El siguiente es un ejemplo del trabajo de análisis de contenido y análisis cognitivo de un grupo de estudiantes en la Universidad de Cantabria sobre el tema de área de figuras planas



## ÁMBITO CONCEPTUAL

### Hechos

- Expresiones habituales ( $A=B \cdot h/2$ ,  $l^2$ ,  $b \cdot h$ , ...)
- Representaciones habituales
- Elementos geométricos (base, altura, apotema, radio, ...)

### Conceptos

- Magnitud área (cualidad de superficie, aditiva, inclusiva, etc)
- Unidad de medida
- Medida de área (asignación de valor numérico)
- Propiedades de objetos geométricos (triángulos, mediatriz, diagonales, ...)
- Transformaciones que conservan/modifican el área

### Estructura conceptual

- Cálculo integral  $\rightarrow$  Teoría de la medida

## ÁMBITO PROCEDIMENTAL

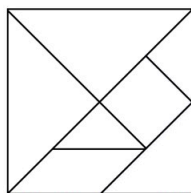
### Destrezas

- Calcular área aplicando fórmulas.
- Intercambiar unidades de medida del SMD.
- Desarrollar en el plano figuras estándar.
- Triangular una superficie poligonal.
- Identificar en un modelo geométrico sencillo (2d y 3d) los elementos que intervienen en las fórmulas (apotema, altura del trapecio, etc)

### Razonamiento

- Calcular área aplicando técnicas variadas de descomposición, completado, recubrimiento, etc. [Ej. problemas de zonas sombreadas]
- Calcular área usando distintas unidades de medida. [¿cuántos equiláteros de lado unidad caben en...]
- **Deducir** fórmulas de área a partir del rectángulo (triángulo, paralelogramo, rombo, ...).
- **Deducir** fórmula del área del círculo por exhaustión.
- **Deducir** fórmula del área de la esfera por exhaustión.
- **Justificar** la dependencia de las fórmulas de la forma de la unidad de medida.
- **Justificar** la transformación del área por semejanza.
- **Justificar** independencia área-perímetro.
- **Probar** identidades algebraicas por métodos geométricos.
- Desarrollar en el plano figuras **complejas** (con agujeros, etc).
- **Seleccionar** y aplicar propiedades geométricas para calcular dimensiones no dadas (que aparecen en las fórmulas).
- **Coordinar unidades** de distinto tipo (área y longitud) [cuánto hay que alargar los lados de un rectángulo para que su área se duplique]

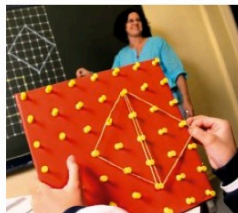
#### 1. Tangram



- Características: Plano, Concreto, dinámico

- Algunas utilidades: Captar la definición de superficie, medida del área por iteración de la unidad de medida, estrategias de completación y completado.

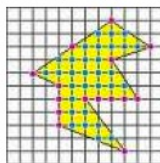
#### 3. Geoplano



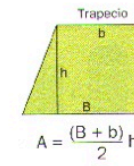
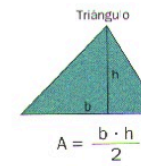
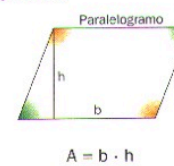
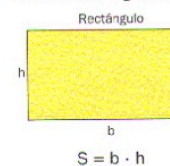
- Características: Plano, concreto, estático y dinámico.
- Algunas utilidades: captar la noción de superficie, medida de área por iteración de la unidad, estrategias de completación y completado y la obtención de fórmulas.

## Sistemas de Representación

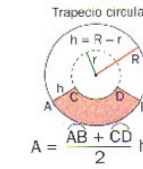
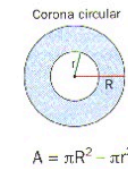
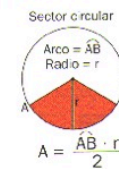
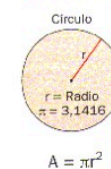
#### 6. Cuadrícula



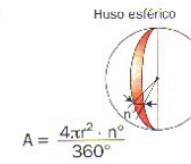
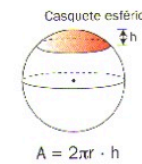
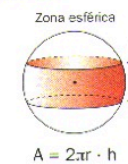
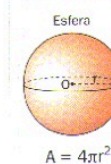
#### Área de figuras poligonales



#### Área de figuras curvilíneas



#### Área de figuras esféricas



#### 5. Fórmulas

En la fotografía anterior se mezclan dos representaciones la de las fórmulas y los dibujos de figuras planas como las esféricas utilizando medidas de referencia.

Situaciones	Contextos
<b>Reparto de Tierras:</b> a.- Herencia de una finca b.- Reparto de una finca en partes iguales con acceso a un pozo	- Medir - Partición geométrica: - Regulares : - Círculos (Propiedades geométricas del círculo y sus elementos (centro, cuerda, mediatriz) - Propiedades Geométricas ( Pitágoras (nudos en la cuerda) - Irregulares: <u>tomar una unidad de medida</u> curvos y poligonales - Descomposición ( triangulación en poligonales) - Sumar áreas - Completación
<b>Valoración:</b> a.- Pintar la pared de una habitación cuanto pintura se va a necesitar b.- Cortar el césped del jardín si el precio nos le dan por metro cuanto nos va a costar c.- Area de finca por la que se mueve una cabra que esta atada en un prado con granero d.- Personas que se encuentran en una manifestación e.- Forrar un libro cuanto papel se necesita f.- Envolver una caja	- Asignar un número a una superficie: - Métodos de iterar la unidad: - Geométricas - Indirectas (carro, plantación,...) - Identificación de la Superficie geométrica (modelización geométrica)*

Calcular el área de figuras dadas en situaciones reales para las que las que no se conoce directamente la información que se requiere en la fórmula

¿Cómo interpretar este objetivo?

¿Qué significa que un estudiante lo haya logrado?

¿Qué se requiere para lograrlo?

## Objetivo y Capacidad

## Capacidades del Objetivo

### Objetivos:

1.- Calcular el área de figuras dadas en situaciones reales en el que los datos de la formula a utilizar los debemos hallar a partir de unos dados.

#### Contenidos:

- Fórmulas de área estándar
- Propiedades geométricas
  - Teorema de Pitágoras
  - Propiedades de los Polígonos Regulares
    - Ángulos
    - Relación lado- radio (hexágono)
  - Propiedades de los Triángulos
  - Teorema de Thales
  - Círculo y circunferencia
- Unidades de medida
- Descomposición y completado de una superficie y desarrollos planos.

#### Capacidades asociadas al objetivo

Calcular el área de figuras dadas en situaciones reales para las que las que no se conoce directamente la información que se requiere en la fórmula

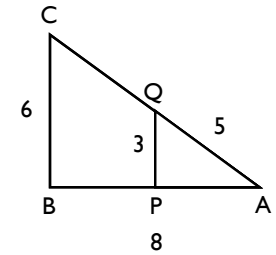
Id	Capacidad
c1	Reconocer los elementos geométricos a los que se refiere un problema y dibujarlos
c2	Identificar la información conocida y desconocida de un problema en un dibujo de dos y tres dimensiones
c3	Reconocer cuándo se puede aplicar el teorema de Pitágoras y saber aplicarlo
c4	Reconocer triángulos similares y saber aplicar sus propiedades
c5	Saber cómo aplicar las propiedades de polígonos regulares
c6	Saber cómo aplicar las propiedades de los triángulos
c7	Saber aplicar las propiedades del círculo y la circunferencia
c8	Saber aplicar las fórmulas de área
c9	Saber transformar unidades de medida
c10	Saber desarrollar superficies en un plano
c11	Saber descomponer o completar una superficie para calcular su área

## Planificación y Análisis y Selección de Tareas

- ▶ Planificar implica
  - ▶ analizar y seleccionar tareas (oportunidades de aprendizaje)
  - ▶ con el propósito de promover el desarrollo de las expectativas de aprendizaje
  - ▶ teniendo en cuenta las limitaciones de aprendizaje
- ▶ ¿Cómo determinar si una tarea promueve el desarrollo de un objetivo de aprendizaje?
- ▶ Se analiza la tarea en términos de la secuencia de capacidades que ella puede poner en juego: los caminos de aprendizaje

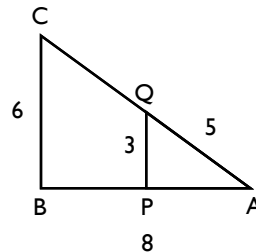
## Ejemplo con el Objetivo de Área

- ▶ Tarea: Dado un triángulo rectángulo ABC con catetos de longitud 8 y 6 unidades, se dibuja una línea paralela al cateto menor y se obtiene el triángulo APQ. La hipotenusa y el cateto menor del triángulo APQ son de longitud 5 y 3 unidades. Calcule el área de los dos triángulos
- ▶ c1: reconocer elementos geométricos y dibujarlos
- ▶ c2: identificar información conocida y desconocida
- ▶ c8: aplicar las fórmulas de área
- ▶ c3: reconocer cuándo se puede aplicar el teorema de Pitágoras y saber aplicarlo
- ▶ c8: aplicar las fórmulas de área
- ▶ Camino de aprendizaje:
  - ▶ c1 → c2 → c8 → c3 → c8



## Ejemplo con el Objetivo de Área

- ▶ Pero si el profesor considera que sus alumnos conocen y saben aplicar las propiedades de área de figuras similares
- ▶ Tarea: Dado un triángulo rectángulo ABC con catetos de longitud 8 y 6 unidades, se dibuja una línea paralela al cateto menor y se obtiene el triángulo APQ. La hipotenusa y el cateto menor del triángulo APQ son de longitud 5 y 3 unidades. Calcule el área de los dos triángulos
- ▶ c1: reconocer elementos geométricos y dibujarlos
- ▶ c2: identificar información conocida y desconocida
- ▶ c8: aplicar las fórmulas de área
- ▶ c4: Reconocer triángulos similares y saber aplicar sus propiedades
- ▶ Camino de aprendizaje:
  - ▶ c1 → c2 → c8 → c4



## Otras Tareas y Caminos de Aprendizaje

- ▶ Una cabra está pasciendo en una finca que tiene un granero hexagonal que se inscribe en una circunferencia de radio 10cm. La cabra está atada a un vértice del hexágono. ¿Cuánto puede comer la cabra si la longitud de la cuerda a la que está atada es el radio de la circunferencia?
- ▶ c1 → c5 → c2 → c11 → c7 → c8
- ▶ Calcula en metros cuadrados la cantidad de papel de seda que se necesita para hacer una cometa formada por dos palos de 75 cm y 50 cm de longitud, de manera que el palo corto cruce al largo a 25 cm de uno de sus extremos.
- ▶ c1 → c2 → c8 → c9

## Caminos de Aprendizaje

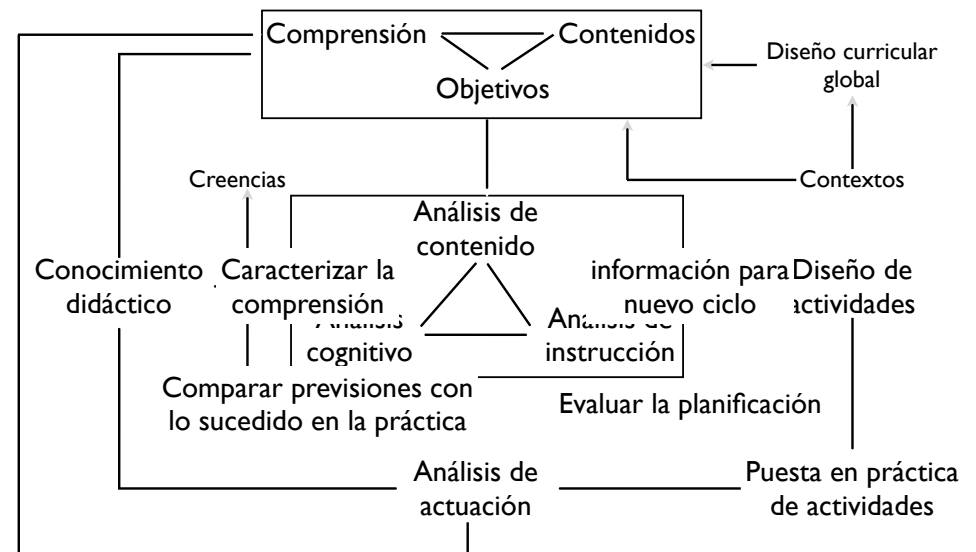


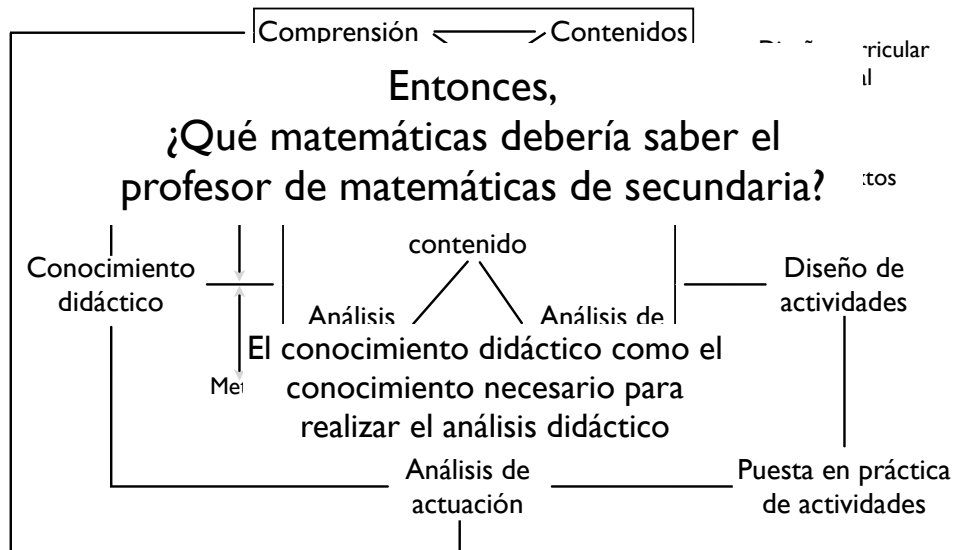
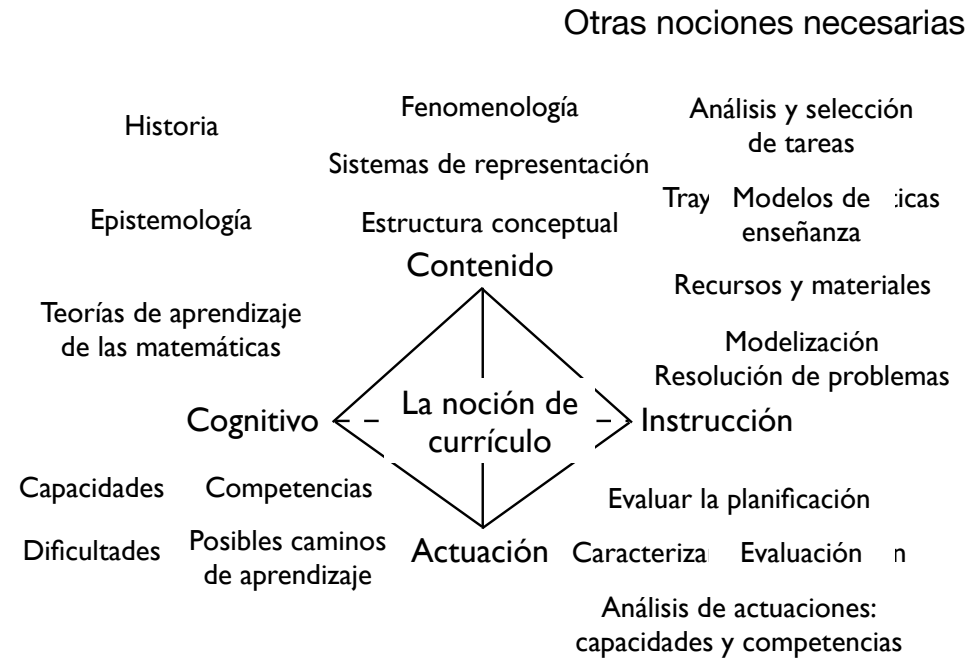
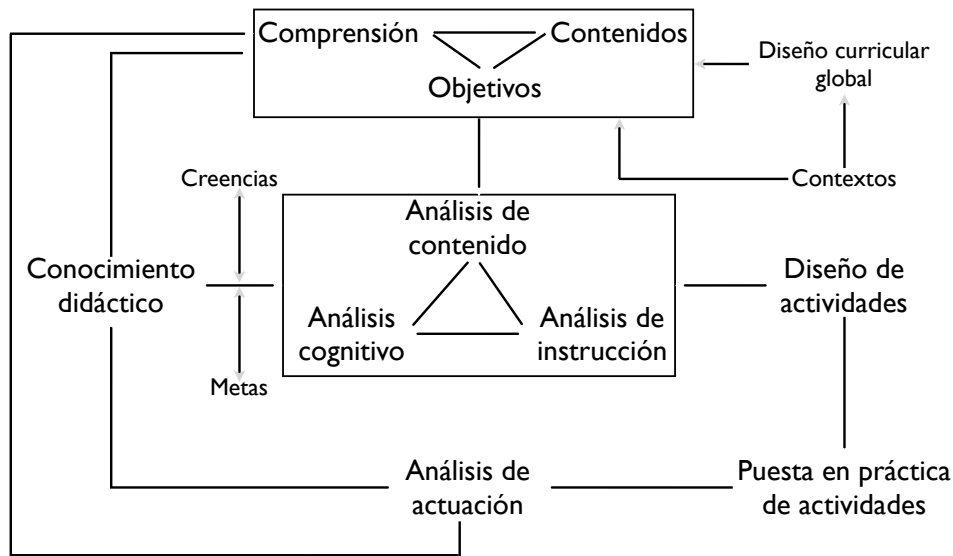
## Análisis de Tareas 1

- ▶ 1. Establecer el contexto en el que se va a realizar la tarea. Esto implica:
  - ▶ especificar el nivel educativo en el que tiene lugar la instrucción;
  - ▶ describir, en términos de competencias, las principales características del diseño curricular global en el que se enmarca la planificación local que incluye las tareas en cuestión;
  - ▶ explicitar los supuestos acerca de las normas (sociales y socio-matemáticas) que caracterizan la micro-cultura del aula.

## Análisis de Tareas 2

- ▶ 3. Diseñar o seleccionar una tarea.
  - ▶ En general, el profesor parte de tareas ya existentes y el propósito es evaluar su pertinencia para efectos de compararlas, rechazarlas o modificarlas.
- ▶ 4. Construir el grafo de los posibles caminos de aprendizaje que los escolares pueden recorrer cuando aborden la tarea.
- ▶ 5. Evaluar la pertinencia de la tarea a partir de esta información.
- ▶ 6. Aceptar, rechazar o modificar la tarea o comparar los resultados del análisis de varias tareas.





Entonces, ¿qué matemáticas debería saber el profesor de matemáticas?

- Una visión funcional desde la perspectiva de las competencias profesionales del profesor
- Lo importante es determinar lo que el profesor debe ser capaz de hacer en su práctica docente
- El análisis didáctico permite identificar y caracterizar algunas de las capacidades del profesor



## Capacidades para el análisis de contenido

- ▶ Identificar los conceptos y procedimientos que conforman la estructura matemática correspondiente al tema
- ▶ Establecer las diferentes maneras en que el tema se puede representar
- ▶ Determinar las relaciones entre los diferentes elementos de la estructura conceptual y entre sus representaciones
- ▶ Identificar las subestructuras de la estructura matemática que permiten organizar los fenómenos para los que dicha estructura sirve de modelo y establecer las relaciones entre subestructuras y grupos de fenómenos

## Capacidades para el análisis cognitivo

- ▶ A partir del análisis de contenido, establecer:
  - ▶ las competencias que se quieren desarrollar
  - ▶ los focos de interés que se han de tratar
  - ▶ las capacidades que los escolares tienen antes de la instrucción
  - ▶ las capacidades que se espera que los escolares desarrollen con motivo de la instrucción
  - ▶ las tareas que conforman la instrucción (ver más adelante)
  - ▶ las dificultades que los escolares pueden encontrar al abordar esas tareas
  - ▶ las hipótesis sobre los caminos por los que se puede desarrollar el aprendizaje

## Capacidades para el análisis de instrucción

- ▶ Para efectos de analizar y seleccionar las tareas que conforman la instrucción, el profesor ha de ser capaz de analizar una tarea con el propósito de:
  - ▶ identificar las capacidades que se pueden poner en juego cuando los escolares la aborden
  - ▶ identificar las competencias a las que esas capacidades, con la tarea en cuestión, pueden contribuir
  - ▶ establecer los posibles caminos de aprendizaje que los escolares pueden recorrer cuando aborden la tarea, y
  - ▶ evaluar la pertinencia de la tarea a partir de esta información

## Capacidades para el análisis de actuación

- ▶ Una vez que se ha realizado la instrucción y que el profesor ha observado y registrado lo que sucedió en su interacción con los estudiantes, él ha de ser capaz de:
  - ▶ comparar las previsiones que se hicieron en la planificación con lo que sucedió cuando esa planificación se puso en práctica en el aula
  - ▶ establecer los logros y deficiencias de la planificación (actividades y tareas) en su puesta en práctica en el aula
  - ▶ caracterizar el aprendizaje de los escolares con motivo de la puesta en práctica de las actividades, y
  - ▶ producir información relevante para una nueva planificación

# Competencia de Planificación del Profesor y Análisis Didáctico

Pedro Gómez

argeifontes@gmail.com  
Universidad de Granada y Universidad de los Andes

Encuentro Nacional e Internacional de Educación y Pedagogía

Universidad de la Amazonía, 15 de octubre de 2009